NOM : ....
Prénoms : ....

FORMATION INGÉNIEUR DE
L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES ARTS ET MÉTIERS,
SPÉCIALITÉ TRAVAUX PUBLICS
EN PARTENARIAT AVEC AFITP-PACA

Session mars 2019

Physique - Mécanique

Temps conseillé : 1h15
Mentionner votre nom en début de chaque page
Ne pas désagrapher le sujet

Épreuve sans document ni calculatrice

- Les réponses seront portées sur le présent document, dans les emplacements prévus à cet effet. En cas de besoin, des emplacements supplémentaires ont été prévus à la fin du document.
- Il est conseillé au candidat de prendre connaissance de l'intégralité du document avant de commencer à composer.
- La plupart des questions peuvent être traitées de façon indépendante.
- Le candidat devra préciser les hypothèses qu'il utilise pour la résolution des problèmes.
- La clarté, l'orthographe et la propreté ainsi que la concision et la précision des réponses seront prises en compte pour l'évaluation.

L'objet de l'étude est un portique rectangulaire de hauteur h et de largeur L, tel qu'illustré en Figure 1. Celui-ci est encastré dans le sol en A et D et une charge est uniformément répartie sur la barre transversale avec une densité linéique $q = 30\,\mathrm{kN\,m^{-1}}$ orientée vers $-\vec{y}$. La barre transversale est en liaison pivot avec les poteaux verticaux. L'intégralité du portique est réalisé en acier, de module de Young $E = 200\,\mathrm{GPa}$.

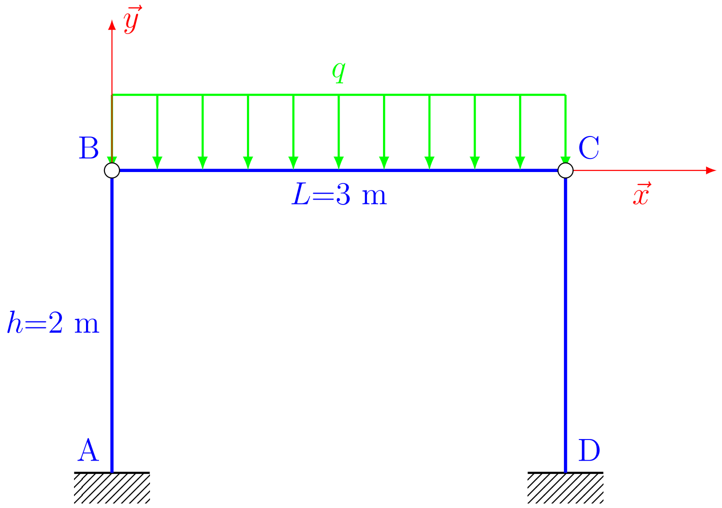

FIGURE 1 – Schéma élémentaire

1 Actions entres les différents éléments du portique

L'objectif de cette partie est de modéliser les actions exercées par chaque élément du portique (poteaux et barre transversale) sur les autres éléments.

1. Le problème est-il isostatique ? Justifier.

2. On fait l'hypothèse que l'action exercée par la barre transversale sur le poteau de gauche (AB) est uniquement portée par $\vec{y}$. D'après la

symétrie du problème, déterminer l'expression de cette action (que l'on notera $\vec{F}\,(\mathrm{BC} \to \mathrm{AB})$).

2 Efforts internes dans les poteaux verticaux

Dans cette partie, on s'intéresse uniquement au poteau vertical AB.

1. Quelle type d'action supporte ce poteau (traction, compression, flexion ou torsion) ?

2. On note N la composante normale (suivant $\vec{y}$ ici) des efforts de cohésion dans ce poteau. Quelle sera l'expression de N en fonction de q ?

3. On suppose que le poteau est fabriqué à partir d'un tube carré, de côté extérieur $a = 105\,\mathrm{mm}$ et d'épaisseur $e = 5\,\mathrm{mm}$. Donner l'expression littérale de la section droite S du poteau, puis sa valeur numérique.

4. Donner l'expression de la contrainte normale dans le poteau, notée σ_{yy}, en fonction de S et q.

5. En déduire la valeur de la déformation longitudinale suivant $\vec{y}$ (ε_{yy}) et la valeur numérique du déplacement en B, noté $\vec{u}(B)$.

6. Compte-tenu des dimensions du problème, quelle remarque peut-on faire quant à cette valeur du déplacement ?

7. Quel risque supplémentaire doit être pris en compte dans le dimensionnement d'une poutre en compression ?

3 Efforts internes dans la barre transversale

On s'intéresse maintenant à la barre transversale BC seule. Par la suite, on note P un point quelconque de la barre, de coordonnée x.

1. Faire un schéma du problème simplifié faisant apparaître les différentes grandeurs mises en jeu.

2. Montrer que le moment fléchissant en P autour de $\vec{z}$ (direction normale) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$M_{\mathrm{f}z}(x) = \frac{q}{2} x \left(L - x\right) \tag{1}$$

3. On suppose que la barre transversale est réalisée avec un tube carré de coté extérieur $a = 100\,\mathrm{mm}$ et d'épaisseur $e = 5\,\mathrm{mm}$. Montrer que le moment quadratique autour de $\vec{z}$ vaut :

$$I_z = \frac{a^4 - (a - 2e)^4}{12} \tag{2}$$

NOM : ....

4. Faire l'application numérique[1] en précisant les unités.

5. Montrer que le déplacement suivant $\vec{y}$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$u_y(x) = \frac{q}{24EI_z}\left(-x^4 + 2Lx^3 + \alpha x + \beta\right) \tag{4}$$

où α et β sont des constantes à déterminer.

1. Aide :

$$\frac{3439}{12} \approx 287 \tag{3}$$

6. Déterminer les expressions de α et β.

7. En quel point le déplacement est-il maximal (en valeur absolue) ? Montrer qu'il vaut alors :

$$u_y^{\max} = \frac{-5qL^4}{384EI_z} \tag{5}$$

8. Faire l'application numérique[2] de ce déplacement.

Compléments de réponse

2. Aide :

$$\frac{81 \times 15}{384 \times 287 \times 2} \approx 0,0055 \tag{6}$$

Compléments de réponse (suite)

NOM : ....

Compléments de réponse (suite)